Aufgabenblatt 9b

letzte Aktualisierung: 21. January, 16:03

Ausgabe: *18.01.2002*
Abgabe: *28./29.01.2002* *Prozent:* *100*

Thema: *Zahlendarstellung; Boolesche Algebra*

1. Aufgabe (20 Prozent): Festpunktzahlen

1.1. Vergleich (Tut) Wie lassen sich die (ganzen) Dualzahlen in die Darstellung der Festpunktzahlen einordnen? Welche Zweierpotenzen haben die einzelnen Stellen? Worin liegt der Vorteil bei der Verwendung von echt gebrochenen Zahlen (Komma ganz links) gegenüber ganzen Dualzahlen (Komma ganz rechts)?

1.2. Umwandlung (Tut) Wandelt die Zahlen $7,825_{10}$ und 0101.1001_2 in die jeweils andere Darstellung um. Verwendet für die Festpunktzahlen ein Zahlenformat mit vier Vor- und vier Nachkommastellen in 2-Komplementdarstellung.

1.3. Umwandlung (10 Prozent) Wandelt die Zahlen $-5,26_{10}$, $1,25_{10}$, 0101.0101_2 und 1010.1010_2 in die jeweils andere Darstellung um, das Zahlenformat ist dasselbe wie bei Aufgabe 1.2. Sind alle Zahlen ohne Genauigkeitsverlust umzuwandeln? Wenn nein, wie groß ist der prozentuale Fehler?

1.4. Rechnen (Tut) Berechnet in binärer Form $0010.0110_2 \cdot 0100.0100$ und $0101.1111 + 0011.1010$. Verwendet dazu ein Ergebnisformat mit 4 Vor- und 4 Nachkommastellen.

1.5. Rechnen (10 Prozent) Berechnet in binärer Form $3,625 \cdot 1,4$ und $7,65 + 4,11$. Verwendet dazu ein Zahlenformat mit 4 Vorkomma und 8 Nachkommastellen.

2. Aufgabe (30 Prozent): Gleitpunktzahlen

Um die Aufgabe nicht unnötig zu erschweren, verwenden wir hier das aus der Vorlesung (Seite 2-37) bekannte Format mit 4 Exponentenbits, 11 Mantissenbits und einem Bias von 7.

2.1. Umwandlung (Tut) Wandelt die Zahlen $5,65625_{10}$ und $-1.01100110100_2 \cdot 2^{-1}$ in das jeweils andere Format um. Wie sieht das Bitmuster des Gleitpunktformats aus?
Was gibt es für Sonderfälle und wann werden sie benutzt? Welches ist die kleinste, welches die größte darstellbare Zahl?

2.2. Umwandlung (10 Prozent) Wandelt die Zahlen $1,5678_{10}$, $14,37_{10}$, 0101110001001011 und 1000000010010010 in die jeweils andere Darstellung um. Zeigt beim Gleitpunktformat sowohl das Bitmuster als auch die mathematische Darstellung.

2.3. Addition (Tut) Wandelt die Zahlen $46,753$ und $3,247$ in Gleitkommadarstellung um und addiert sie anschließend. Was fällt euch beim Ergebnis auf? Warum ist das so?

2.4. Addition (10 Prozent) Addiert die Zahlen $12,825$ und $5,9375$ sowie $0,000075$ und $64,569$ in Gleitpunktnotation miteinander. Wandelt die Ergebnisse wieder in Dezimalnotation um und vergleicht sie mit den tatsächlichen. Bei welchen Zahlenkombinationen treten starke Genauigkeitsverluste auf?

2.5. Multiplikation (Tut) Multipliziert die Zahlen $1.1001 \cdot 2^3$ und $1.00010011001 \cdot 2^2$ in Gleitpunktnotation miteinander. Was fällt beim Überprüfen des Ergebnisses auf?

2.6. Multiplikation (10 Prozent) Multipliziert die Zahlen $9,2305$ und $2,5$ sowie $0,005$ und $17,34$ in Gleitkommanotation miteinander. Wann treten bei der Multiplikation Genauigkeitsprobleme auf?

3. Aufgabe (15 Prozent): Boolesche Ausdrücke

Übersicht der verwendeten Axiome und Regeln:
Axiome: Die folgenden 10 Gleichungen sind grundlegend; sie definieren die **Boolesche Algebra**.

$$a \cdot b = b \cdot a \tag{1}$$
$$a + b = b + a \tag{2}$$
$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c) \tag{3}$$
$$(a + b) + c = a + (b + c) \tag{4}$$
$$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c \tag{5}$$
$$(a \cdot b) + c = (a + c) \cdot (b + c) \tag{6}$$
$$a \cdot 1 = a \tag{7}$$
$$a + 0 = a \tag{8}$$
$$a \cdot \overline{a} = 0 \tag{9}$$
$$a + \overline{a} = 1 \tag{10}$$

Sätze zur Vereinfachung boolescher Ausdrücke:

$$a \cdot a = a \tag{11}$$
$$a + a = a \tag{12}$$
$$a \cdot 0 = 0 \tag{13}$$
$$a + 1 = 1 \tag{14}$$
$$a + a \cdot b = a \tag{15}$$
$$a \cdot (a + b) = a \tag{16}$$
$$a + \overline{a} \cdot b = a + b \tag{17}$$
$$a \cdot (\overline{a} + b) = a \cdot b \tag{18}$$

Sätze zur Bildung der Negation eines Ausdrucks:

$$\overline{\overline{a}} = a \tag{19}$$
$$\overline{a} \cdot \overline{b} = \overline{a + b} \tag{20}$$
$$\overline{a} + \overline{b} = \overline{a \cdot b} \tag{21}$$

Sätze zur Anwendung auf elektronische Schaltungen:

$$\overline{a} = \overline{a \cdot a} = \overline{a + a} \tag{29}$$

$$a \cdot b = \overline{\overline{a \cdot b} \cdot \overline{a \cdot b}} = \overline{\overline{a + a} + \overline{b + b}} \tag{30}$$

$$a + b = \overline{\overline{a \cdot a} \cdot \overline{b \cdot b}} = \overline{\overline{a + b} + \overline{a + b}} \tag{31}$$

3.1. Axiome und Sätze (Tut) Beweist Regel 13 aus dem Skript (Seite 3-11) mit Hilfe einer Wertetabelle und durch Herleitung aus den Axiomen (Skript, Seite 3-10)

3.2. Axiome und Sätze (15 Prozent) Beweist Regel 14 aus dem Skript (Seite 3-11) mit Hilfe einer Wertetabelle und durch Herleitung aus den Axiomen (Skript, Seite 3-10)

4. Aufgabe (35 Prozent): Umwandlung von Funktionen

4.1. Vereinfachung von komplexen Ausdrücken (20 Prozent) Vereinfacht die folgenden Funktionen, so dass in den endgültigen Ausdrücken nur einfache Negationen und keine Klammern mehr vorkommen. Gebt bei jeder Umformung die Regel aus dem Skript mit an.

$$a) \quad (a + \overline{c + \overline{a}} + \overline{b}) \cdot (a + \overline{a} \cdot c)$$

$$b) \quad \overline{\overline{a} + a \cdot b} \cdot \overline{\overline{a} \cdot \overline{\overline{a} \cdot c}} \cdot (a + \overline{b})$$

Hinweis: Ein Beispiel zur Vereinfachung von Funktionen findet ihr im Skript auf Seite 3-12.

4.2. NAND (Tut) Drückt folgende Funktion ausschließlich mit NAND Funktionen aus

$$(a + b) \cdot c + \overline{d}$$

4.3. NOR (15 Prozent) Drückt folgende Funktionen ausschließlich mit NOR Funktionen aus:

$$a) \quad (a + b) \cdot c + \overline{d}$$

$$b) \quad \overline{a} \cdot \overline{c} + \overline{b}(c + d)$$