

Aufgabenblatt 10

letzte Aktualisierung: 25. January, 11:41

Ausgabe: 25.01.2002

Abgabe: 04./05.02.2002 Prozent: 100

Thema: Boolesche Algebra, KV-Minimierung

1. Aufgabe (20 Prozent): Gleichungen umformen

1.1. NOR und NOT (Tut) Die folgenden Gleichungen (Halbaddierer-Gleichungen) sollen ausschließlich mit NOR- und NOT-Funktionen dargestellt werden:

$$u = x \cdot y$$

$$s = x \oplus y$$

1.2. NAND und NOT (20 Prozent) Die folgenden Gleichungen (Volladdierer-Gleichungen) sollen ausschließlich mit NAND- und NOT-Funktionen dargestellt werden:

$$u_{i+1} = x_i \cdot y_i + (x_i + y_i) \cdot u_i$$

$$s_i = x_i \oplus y_i \oplus u_i$$

2. Aufgabe (30 Prozent): Normalformen

2.1. Ausaddieren (15 Prozent) Wendet auf den folgenden Ausdruck

$$p = ab + \bar{b} + ca + \bar{c}$$

die Regel (6) solange an, bis der Ausdruck

$$q = (c + a + \bar{b} + \bar{c})(a + a + \bar{b} + \bar{c})(c + b + \bar{b} + \bar{c})(a + b + \bar{b} + \bar{c})$$

$$= (a + \bar{b})(a + \bar{b} + \bar{c})(a + \bar{c})$$

erreicht ist.

2.2. Ausmultiplizieren (15 Prozent) Wendet auf den folgenden Ausdruck

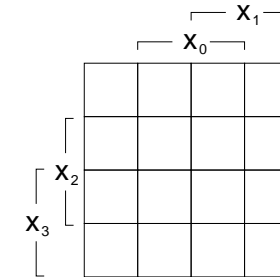
$$p = \bar{b}(a + b + c)(\bar{c} + \bar{a})(\bar{b} + c)$$

die Regeln (5) und (9) solange an, bis keine Klammern mehr nötig sind.

3. Aufgabe (50 Prozent): KV-Tafeln

Mit den sogenannten KV-Tafeln lassen sich auf einfache Weise Minimalformen (mDNF und mKNF) für beliebig komplizierte Ausdrücke mit wenigen Eingangsvariablen erstellen. In dieser Aufgabe werden wir lernen, wie KV-Tafeln aus Wertetabellen erstellt werden und wie wir aus diesen Tabellen auf einfache Weise die Minimalformen 'ablesen' können.

3.1. Veranschaulichung. (Tut) Veranschaulicht euch (i) den Aufbau einer KV-Tafel für die vier Variablen $x_0 \dots x_3$, (ii) die Nachbarschaftsbeziehungen zwischen Feldern und (iii) die Beschriftung der KV-Tafel. Tragt dazu in die Felder die entsprechende 'Adresse' als Dualzahl ein.



3.2. Nachbarschaften (10 Prozent)

Bedenkt, daß zwei Felder in einer KV-Tafel dann benachbart sind, wenn sich ihre 'Adressen' um genau ein 'Bit' unterscheiden. (a) Betrachtet eine 6-dimensionale KV-Tafel. Welche Nachbarn haben die Felder 39_{10} , 50_{10} und 9_{10} ? (b) Wieviele Nachbarn hat ein Feld in einer KV-Tafel mit n Variablen?

3.3. Minimale DNF und KNF für vollständig definierte Funktionen. (20 Prozent)

Findet eine minimale DNF sowie eine minimale KNF für die folgenden Funktionen. Stellt dafür zunächst die Wertetabelle auf, übertragt diese dann in eine KV-Tafel und ermittelt die Minimalformen graphisch aus der Tafel.

1. **(Tut)** $y = \bar{x}_0 \cdot (x_1 + \bar{x}_2)$
2. $y = (x_0 + \bar{x}_2) \cdot (x_1 + \bar{x}_0) + (\bar{x}_1 + x_2) \cdot (x_3 + x_1)$
3. $y = x_0 \cdot (x_1 + \bar{x}_2)$

3.4. Minimale DNF und KNF für unvollständig definierte Funktionen. (20 Prozent)

Bei unvollständig definierten Funktionen dürfen die undefinierten Fälle als sogenannte „Don't Care“-Fälle betrachtet werden.

Übertragt die Wertetabellen in KV-Tafeln und minimiert diese graphisch.

	x_3	x_2	x_1	x_0	y		x_3	x_2	x_1	x_0	y		x_3	x_2	x_1	x_0	y
a) (Tut)	0	0	0	0	1	b)	0	0	0	0	1	c)	0	0	0	0	1
	0	0	0	1	0		0	0	0	1	0		0	0	0	1	0
	0	0	1	0	0		0	0	1	0	0		0	0	1	0	0
	0	0	1	1	1		0	1	0	0	0		0	1	0	0	1
	0	1	0	0	1		0	1	0	0	0		0	1	1	1	0
	0	1	0	1	0		1	0	1	1	1		1	1	0	1	0
	0	1	1	0	0		1	1	0	0	1		1	1	0	1	0
	0	1	1	0	1		1	1	0	0	1		1	1	1	0	1